Einstein verstehen VI: Was heißt es, das Bezugssystem zu wechseln?

25. Dezember 2013 von Markus Pössel (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/author/poessel/) in Relativitätstheorien (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/category/relativitatstheorien/)

Dies ist Teil VI einer Online-Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie, die hier im Blog einen "Testlauf" absolviert und später – u.a. durch Feedback der Blogleser verbessert – ein Teil des Webportals Einstein Online (http://www.einstein-online.info/) werden soll. Nähere Informationen zu den Hintergründen finden sich in Einstein verstehen: Ein Blogexperiment, Teil I (http://www.wissenslogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i).

[Derzeit sind online: Teil 1 (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i), Teil 2 (http://www.wissenslogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2011-04-24/einstein-verstehen-teil-ii), Teil 3 (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2012-03-13/einstein-verstehen-teil-3-gleichzeitigkeit), Teil 4 (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/), Teil 5 (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-v-klassische-mechanik-kraefte/), Teil 6 (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-verstehen-vi-was-heisst-es-das-bezugssystem-zu-wechseln/)]

Noch geht es in der Einleitung um die "Vorarbeiten": um diejenigen Konzepte aus der klassischen Physik - der Physik vor Relativitätstheorie und Quantentheorie - die man kennen muss, um zu verstehen, vor welchem Hintergrund und auf welcher Grundlage Einstein die Spezielle Relativitätstheorie einführte.

In den vorangehenden Teilen IV und V habe ich die Gesetze der klassischen Mechanik vorgestellt. Dass es mindestens ein Bezugssystem gibt, in dem die Gesetze in der dort geschilderten einfachen Form gelten, war dabei zunächst eine Annahme gewesen. In diesem und den darauf folgenden Teilen beschäftigt uns die Frage, ob und wieweit sich die Form der physikalischen Gesetze ändert, wenn wir von dem in Teil IV und V gewählten zu einem anderen Bezugssystem übergehen.

Dass sich die Form der Gesetze bei bestimmten Übergängen *nicht* ändert, ist Ausdruck verschiedener Spielarten des Relativitätsprinzips, das wir in einem späteren Teil noch näher kennenlernen werden. Wie der Name bereits andeutet, wird dieses Prinzip später ein wichtiger Baustein der Speziellen Relativitätstheorie.

Dass sich die Form der Gesetze bei bestimmten anderen Übergängen *doch* ändert, wird uns später helfen, die in Teil IV und V genutzten Inertialsysteme zu definieren - die Systeme, in denen die Gesetze der klassischen Mechanik die in Teil IV und V vorgestellte einfache Form haben. Auch diese besonderen Bezugssysteme werden wichtig, wenn wir später die Spezielle Relativitätstheorie beschreiben.

Dazu, die verschiedene Spielarten des Relativitätsprinzips einzuführen, fehlen uns allerdings noch ein paar Grundlagen. Einen Teil davon liefert Teil VI hier, nämlich Informationen dazu, wie der Übergang von einem in ein anderes Bezugssystem überhaupt beschrieben werden kann. In Teil VII wird es dann um konkrete Beispiele gehen, und in Teil VIII kommt dann das Relativitätsprinzip: Dort wenden wir uns der Frage zu, welche Form die physikalischen Gesetze in den durch die in Teil VIII vorgestellten Übergänge erreichbaren Bezugssystemen haben.

Idealisierte Punkte im Raum

Ein Bezugssystem erlaubt es uns, Orte mit Hilfe von Raumkoordinaten zu beschreiben und Zeitpunkte mit Hilfe einer Zeitkoordinate. Wie man den Raum vermisst und jedem Ort ein Tripel x,y,z von kartesischen Koordinaten zuordnet, hatte ich in Teil I (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i) geschildert, die Grundlagen der Zeitmessung in Teil II (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2011-04-24/einstein-verstehen-teil-ii) und verschiedene Möglichkeiten, Gleichzeitigkeit zu definieren und auf dieser Grundlage den Zeitpunkt eines Ereignisses auf einer Referenzuhr abzulesen, in Teil III (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2012-03-13/einstein-verstehen-teil-3-gleichzeitigkeit).

Wir haben dort auch gesehen, welche Festlegungen wir treffen müssen, um ein Bezugssystem zu definieren: Für die räumlichen Achsen müssen wir zunächst unseren Raumnullpunkt wählen und dann die drei Achsenrichtungen - wie das z.B. durch die Angabe von drei Punkten geht, deren Abstände voneinander sich freilich nicht ändern dürfen, hatte ich in Teil I hier (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i/#KoorSysWahl) vorgeführt.

Mit einer Referenzuhr, deren Zeitanzeige man mit Hilfe einer der in Teil III (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2012-03-13/einstein-verstehen-teil-3-

RELATIV EINFACH (HTTP://WWW.SCILOGS.DE/RELATIV-EINFACH)

... aber nicht einfacher (http://www.scilogs.de/relativ-einfach)

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/author/poessel/)

Markus Pössel (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/author/poessel/)
| Über das Blog (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/about-the-blog/)
| Blog Homepage (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/)

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/) (https://twitter.com/mpoessel)

Suche in RELATIV EINFACH | Suche

LETZTE BEITRÄGE

- Einstein verstehen VI: Was heißt es, das Bezugssystem zu wechseln? (/relativ-einfach/einstein-verstehen-vi-was-heisst-es-das-bezugssystem-zu-wechseln/)
- Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR (/relativ-einfach/wissenschaft-und-journalismus-als-marketingpr/)
- Gaia ist gestartet! (/relativ-einfach/gaia-ist-gestartet/)
- Einstein verstehen V: Klassische Mechanik – Kräfte, starre Körper, verschiedene Anwendungen (/relativ-einfach/einstein-v-klassische-mechanik-kraefte/)
- Journalisten, Wissenschaftler und das leidige Gegenlesen (/relativ-einfach/journalisten-wissenschaftler-und-das-leidige-gegenlesen/)

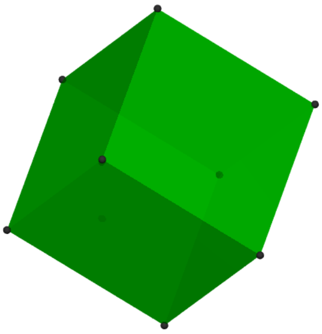
AKTUELLE KOMMENTARE

- **zu Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR (/relativ-einfach/wissenschaft-und-journalismus-als-marketingpr/#comment-5604)** Ich habe das Intelligenzproblem mittels Taschenrechner all so gelöst : 14-9=5 also muß 5 die gesuchte Zahl sein, denn als
- **zu Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR (/relativ-einfach/wissenschaft-und-journalismus-als-marketingpr/#comment-5603)** Ich würde etwas schwächer sagen: Journalismus und wissenschaftliche Öffentlichkeitsarbeit haben jeweils Marketing-/PR-Aspekte. Völlige Symmetrie gibt es da nicht, und, wie
- **zu Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR (/relativ-einfach/wissenschaft-und-journalismus-als-marketingpr/#comment-5602)** Mhm, Journalismus und PR beides als marketing zu klassifizieren finde ich eine etwas überraschende Sicht der Dinge. Wissenschafts-PR (oder Kommunikation
- **zu Ein kritischer Blick auf die globale Temperaturentwicklung (/relativ-einfach/globale-temperaturkurve/#comment-5601)**

gleichzeitigkeit) beschriebenen Gleichzeitigkeitsdefinitionen auch Ereignissen an allen anderen Orte im Raum zuweist, kommt eine Zeitkoordinate hinzu.

Nehmen wir an, wir haben auf diese Weise ein Bezugssystem definiert, das wir S nennen wollen. Jedem Ort P im Raum können wir in diesem System Raumkoordinatenwerte x(P), y(P) und z(P) zuordnen. In unserem mathematischen Modell des Raumes, dem Euklidischen Raum, entspricht er einem Raumpunkt.

In der wirklichen Welt können wir zwar sehr kleine Gebilde betrachten, deren Ort in guter Näherung durch Angabe einer einzigen Dreiergruppe x,y,z von Koordinaten beschrieben wird, aber keine wahrhaft punktförmigen Gebilde. Raumpunkte sind damit eine Idealisierung - freilich eine sehr nützliche. (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/festkoerper-v2.png)



Idealisierte Raumpunkte lassen sich als eine Art Elementarbausteine verwenden, um komplexere Formen zu definieren. Wenn wir beispielsweise einem würfelförmigen Körper modellieren wollen, dann können wir ihn als Würfel definieren, dessen Form durch die Orte seiner acht Eckpunkte festgelegt ist wie in der Abbildung rechts angedeutet. Solch ein mathematischer Würfel ist ein exzellentes Modell für einen wirklichen Würfel - selbst wenn die Eckpunkte des wirklichen Würfels evt. schon etwas abgestoßen oder allgemein etwas abgerundet sind.

(Und auch in solchen Abbildungen wie dieser hier sind die Eck*punkte* durch vergleichsweise kleine, aber eindeutig nicht punktförmige Kügelchen dargestellt!)

In der klassischen Mechanik waren wir ähnlich vorgegangen und hatten zunächst in Teil IV (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/) als einfaches Modell Massepunkte oder Punktteilchen eingeführt, anschließend daraus dann in Teil V (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-v-klassische-mechanik-kraefte/) komplexere Modelle definiert, zuerst starre Körper und später die noch realistischeren elastischen oder sogar plastischen Körper.

Zeitpunkte

Kommen wir zur Zeit: Jedem Moment/Augenblick/Zeitpunkt T können wir in unserem Bezugssystem einen eindeutigen Zeitkoordinatenwert t(T) zuordnen. Auch ein solcher Zeitpunkt ist freilich eine Idealisierung - in unserem mathematischen Modell der Zeit, der Zeitgeraden, entspricht er einem Punkt auf der Geraden.

In der wirklichen Welt gibt es zwar sehr kurze Vorgänge, deren Stattfinden in guter Näherung durch Angabe eines einzigen Zeitkoordinatenwerts beschrieben wird: Ein plötzlicher Knall, der Zusammenstoß zweier Kugeln, das Springen des Uhrzeigers in eine neue Stellung. Aber das sind natürlich auch keine echten Zeitpunkte, sondern Vorgänge kurzer, aber nicht unendlich kurzer Dauer.

Wie bei den Raumpunkten vollziehen wir auch hier in Gedanken den Übergang zum idealisierten Zeitpunkt - zum unendlich kurzen Vorgang.

Solche Zeitpunkte lassen sich dann wiederum als Elementarbausteine verwenden: Wir verwenden die Zeit als Parameter, um einen Vorgang zu beschreiben, etwa das Hin- und Herschwingen eines Pendels. Dazu schreiben wir messbare Größen wie die Auslenkung des Pendels φ als Funktion der Zeit, φ(t). Möglichst kurz andauernde Messungen der Auslenkung ordnen wir den entsprechenden Zeitpunkten auf unserer Zeitgerade zu und versuchen so, die Funktion φ(t) aus den Messwerten zu rekonstruieren oder einen angenommene Funktionalzusammenhang φ(t) zu überprüfen.

Idealisierte Zeitpunkte in der Raumzeit

Als Kombination von Raum- und Zeitpunkt kann man noch eine weitere idealisierte Größe definieren, die in der Physik *Punktereignis* oder kurz *Ereignis* heißt. Ein Ereignis E ist dabei ein Geschehen, das an einem einzigen Raumpunkt P zu einem genau definierten Raumpunkt T stattfindet. Wir können symbolisch schreiben E=(P,T).

Mathematisch gesehen kann man dreidimensionalen Raum und Zeitgerade zu einem vierdimensionalen Gebilde zusammenfassen, das "Raumzeit" genannt wird. Darauf, was es mit dieser Kombination von Raum und Zeit zur Raumzeit im Einzelnen auf sich hat, werde ich später im Zusammenhang mit der Speziellen Relativitätstheorie noch genauer eingehen. Die Vierdimensionalität sagt nichts anderes aus, als dass man in jedem Bezugssystem vier Angaben benötigt, um ein bestimmtes Ereignis eindeutig zu definieren: die drei Werte der Ortskoordinaten und den Wert der Zeitkoordinate.

Damit sind Ereignisse so etwas wie *Punkte in der (vierdimensionalen) Raumzeit*. Im folgenden verwende ich die Begriffe "Raumzeitpunkt" und "Punktereignis" austauschbar.

Ebenso wie ein Raumpunkt und ein Zeitpunkt ist auch ein Punktereignis eine Idealisierung. In der wirklichen Welt gibt es zwar räumlich eng eingegrenzte, kurze Geschehnisse, bei denen Ort und Zeit in guter Näherung durch Angabe eines einzigen Raumpunkts und eines einzigen Zeitpunkts beschrieben werden. Solche Ereignisse - eine räumlich eng begrenzte Explosion, oder das Zusammentreffen zweier sehr kleiner Objekte - sind selbst natürlich keine Punktereignisse. Aber wir nehmen sie, wie bei den Raumpunkten und Zeitpunkten auch, als Ausgang für unsere Idealisierung, derzufolge ein Punktereignis an einem einzelnen Raumpunkt stattfindet und von verschwindend geringer Dauer ist.

In Modellen der Welt, wie wir sie beispielsweise im Rahmen der klassischen Mechanik konstruiert haben, kommt den idealisierten Raum- und Zeitpunkten und damit auch den Punktereignissen eine wichtige Rolle zu. Wann immer dort beispielsweise ein Punktteilchen mit einem anderen

Leider verfehlt der Artikel nach meinem Dafürhalten das eigentliche Thema. Dies kann wohl kaum sein, dass gleitende Durchschnitte oder Standardabweichungsverfahren

- **zu Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR (/relativ-einfach/wissenschaft-und-journalismus-als-marketingpr/#comment-5600)**
  ...aber das ist doch gerade der Knackpunkt: Natürlich beschreibt mein Satz, was den Kauf angeht, ebenso eine Szene, wo dem

ARCHIVE

KATEGORIEN

Punktteilchen zusammentrifft, haben wir es mit einem eindeutig beschreibbaren Punktereignis zu tun.

Dass Physiker für "Punktereignis" oft kurz "Ereignis" sagen, kann zu Missverständnissen führen. Diese lassen sich aber recht einfach vermeiden, solange man sich darüber im klaren ist, dass das Wort Ereignis zum einen seine Alltagsbedeutung haben kann (etwas, das sich über einen begrenzten Zeitpunkt hin ereignet - die Schlacht von Waterloo, ein Autounfall, eine Sonnenfinsternis), zum anderen aber für Punktereignis stehen kann (findet an einem genau definierten Ort im Raum zu einem bestimmten Zeitpunkt statt). In der Regel ergibt sich aus dem Zusammenhang klar, welche der beiden Bedeutungen gemeint ist.

Was nicht vom Bezugssystem abhängt

Punktereignisse sind Modelle (oder Teile von Modellen) für physikalische Vorgänge, die sich in vielen Fällen auch ohne Rückgriff auf Koordinatenangaben beschreiben lassen. "Der Ort und der Zeitpunkt, an dem Teilchen A mit Teilchen B zusammenstößt" ist, sofern Teilchen A und Teilchen B eindeutig identifizierbar sind, eine eindeutige Beschreibung eines Punktereignisses E. Diese Beschreibung hängt nicht vom gewählten Bezugssystem ab: Die Aussage, dass Teilchen A und B zu einem bestimmten Zeitpunkt zusammentreffen, lässt sich ohne jegliches Bezugssystem machen.

Solche *Koinzidenzen* bilden so etwas wie eine elementare Struktur der physikalischen Geschichte - was trifft was, und in welcher Reihenfolge?

Betrachten wir eine solche Geschichte mit lauter Teilchen, die gegenseitig Zusammenstoßen und voneinander Abprallen, dann machen die Koinzidenzen freilich nur einen kleinen Teil dessen aus, was passiert. Zwischen den Zusammenstößen fliegen die Teilchen durch den Raum, auf dem Weg zum jeweils nächsten Rendezvous. Um diese Bewegung zu beschreiben, sind Hilfskonstruktionen nötig, nämlich die Definition eines Bezugssystems.

Die Bahnen, die sich den Teilchen in solch einem Bezugssystem zuordnen lassen, also die Angaben, wie sich für jedes Teilchen die Koordinatenwerte x,y,z für unterschiedliche Werte der Zeitkoordinaten verändern, sind eine weniger unmittelbare Beschreibung als die Angabe der Koinzidenzen. Die Liste der Koinzidenzen kommt ohne jegliche Hilfskonstruktionen aus.

Eine erste Forderung, die wir an physikalisch sinnvolle Bezugssysteme stellen müssen, ist daher, dass sie Koinzidenzen richtig wiedergeben: Wenn Ereignis E darin besteht, dass sich Teilchen A und Teilchen B treffen, dann sollten in einem vernünftigen Bezugssystem tunlichst bei dem betreffenden Ereignis beide Teilchen die gleichen Koordinatenwerte x(E), y(E), z(E) und t(E) haben.

Darüber hinaus erhebt unsere Definition von Bezugssystemen aber einen Anspruch auf allgemeine Gültigkeit - einmal definiert, soll unser Bezugssystem schließlich nicht nur eine Handvoll ausgewählter physikalischer Koinzidenzen beschreiben, jeweils von Fall zu Fall andere, sondern *alle* nur denkbaren solchen Koinzidenzen, egal, wo im Raum und zu welcher Zeit sie stattfinden.

Wir wollen uns schließlich nicht je nachdem, was gerade an konkreten Vorgängen abläuft - ob nun die Teilchen A und B hier kollidieren, oder aber die Teilchen C und D dort -, jeweils ein neues, direkt auf diese besondere Situation zugeschnittenes Bezugssystem definieren müssen.

Damit verallgemeinert sich unsere Forderung dahingehend, dass jedes sinnvolle Bezugssystem *jedem* möglichen Ereignis E eindeutige Raumkoordinatenwerte x(E), y(E), z(E) und einen eindeutig definierten Zeitpunkt t(E) zuordnen muss, egal wo und zu welchem Zeitpunkt das Ereignis stattfindet.

Der Übergang vom einen Bezugssystem zum anderen

Aus der Eindeutigkeitsforderung folgt automatisch, dass es möglich sein muss, all die unterschiedlichen Bezugssysteme, die diese Forderung erfüllen, zueinander in Beziehung zu setzen.

Betrachten wir dazu außer unserem bereits definierten ersten Bezugsystem S ein zweites Bezugssystem S' (gesprochen "S-Strich" oder "gestrichen S"). Nennen wir dessen Koordinaten um besserer Unterscheidbarkeit willen x', y', z' und t'.

Dann sollte ein gegebenes Ereignis E in beiden Bezugssystemen eindeutige Koordinatenwerte haben: im Bezugssystem S die Koordinatenwerte x(E), y(E), z(E) und t(E), und im Bezugssystem S' die Koordinatenwerte x'(E), y'(E), z'(E) und t'(E).

In geeigneten Einheiten - wir hatten Meter für die Längen- und Sekunden für die Zeitangaben gewählt - sind die vier Koordinatenwerte x(E), y(E), z(E), t(E) und ihre vier Entsprechungen x'(E), y'(E), z'(E), t'(E) sämtlich Zahlenwerte. Dass die Zuordnung der Koordinatenwerte zum Ereignis in beiden Fällen eindeutig ist - die gegebenen Koordinatenwerte x(E), y(E), z(E), t(E) bzw. x'(E), y'(E), z'(E), t'(E) beschreiben in dieser Kombination genau das Ereignis E, aber kein anderes - heißt, dass es eindeutige Zuordnungsregeln zwischen diesen beiden Vierergruppen von Zahlenwerten geben muss.

Anders gesagt: Wenn uns jemand die vier Zahlenwerte x(E), y(E), z(E), t(E) für das Bezugssystem S gibt, dann müssen wir aus diesen Werten eindeutig erschließen können, dass das Ereignis E gemeint ist - und dann iwederum können wir sofort sagen "...und im Bezugssystem S' hat dieses selbe Ereignis die Koordinatenwerte x'(E), y'(E), z'(E), t'(E)".

Wenn wir beispielsweise über ein Ereignis reden, das im Bezugssystem S in geeigneten Einheiten die Koordinatenwerte x(E)=4, y(E)=2, z(E)=3, t(E) = 120 hat, dann muss alleine diese Zahlengruppe (4,2,3,120) eindeutig beschreiben, um welches Ereignis es sich handelt, und welche andere Zahlengruppe demselben Ereignis im Bezugssystem S' zugeordnet wird.

Mathematisch gesprochen heißt dies, dass es *Funktionen* gibt, die uns erlauben, die vier Koordinatenwerte x'(E), y'(E), z'(E), t'(E) direkt aus den vier Koordinatenwerten x(E), y(E), z(E), t(E) zu berechnen. Aus dem gleichen Grunde muss es umgekehrt Funktionen für die Bestimmung der x(E), y(E), z(E), t(E) aus den Koordinatenwerten x'(E), y'(E), z'(E), t'(E) geben.

Nennen wir die erstgenannten Funktionen e,f,g und h, dann gilt

- Outreach (/relativ-einfach/category/outreach/)
- Outreach & Bildung (/relativ-einfach/category/outreach-bildung/)
- Relativitätstheorien (/relativ-einfach/category/relativitatstheorien/)
- Teilchenphysik (/relativ-einfach/category/teilchenphysik/)
- Überschlagsrechnungen (/relativ-einfach/category/uberschlagsrechnungen/)
- US & De (/relativ-einfach/category/us-de/)
- Wissenschaft & Medien (/relativ-einfach/category/wissenschaft-medien/)
- Wissenschaft und Gesellschaft (/relativ-einfach/category/wissenschaft-und-gesellschaft/)
- Wissenschaft und Internet (/relativ-einfach/category/wissenschaft-und-internet/)
- Zweifelhaftes (/relativ-einfach/category/zweifelhaftes/)

@MPOESSEL BEI TWITTER


(http://twitter.com/mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR http://t.co/nIZzwwKl0B (http://t.co/nIZzwwKl0B) - neuer Blogbeitrag
about 3 days ago (https://twitter.com/mpoessel/status/414462368412741632)


(http://twitter.com/mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR http://t.co/nIZzwwKl0B (http://t.co/nIZzwwKl0B) und die Rolle von Pressemitteilungen
about 4 days ago (https://twitter.com/mpoessel/status/414348124258193408)


(http://twitter.com/mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): @holgi (http://twitter.com/holgi) OK!
about 1 week ago (https://twitter.com/mpoessel/status/412279941644812288)


(http://twitter.com/mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): @holgi (http://twitter.com/holgi) Gerne doch. Soll ich einfach frühzeitig bescheid sagen, wenn ich mal wieder da oben im Nordosten bin?
about 1 week ago (https://twitter.com/mpoessel/status/412271764220026880)


(http://twitter.com/mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): Blogbeiträge "Einstein verstehen" Teil IV und V sind online: http://t.co/ml59BsMoCg (http://t.co/ml59BsMoCg) und http://t.co/0YnezhI69H (http://t.co/0YnezhI69H) Thema: Mechanik
about 1 week ago (https://twitter.com/mpoessel/status/412265235496460288)

SCILOGS.DE BEI SOZIALEN NETZWERKEN

(https://www.facebook.com/SciLogs.de)

(http://www.twitter.com/scilogs)

(https://plus.google.com/b/105213707009176580411/105213707009176580411/posts)

$$
\begin{aligned}
x'(E) &= e(x(E), y(E), z(E), t(E)) \\
y'(E) &= f(x(E), y(E), z(E), t(E)) \\
z'(E) &= g(x(E), y(E), z(E), t(E)) \\
t'(E) &= h(x(E), y(E), z(E), t(E))
\end{aligned}
$$

und für die Umkehrung gibt es Funktionen, die ich hier e', f', g' und h' nenne und für welche gilt

$$
\begin{aligned}
x(E) &= e'(x'(E), y'(E), z'(E), t'(E)) \\
y(E) &= f'(x'(E), y'(E), z'(E), t'(E)) \\
z(E) &= g'(x'(E), y'(E), z'(E), t'(E)) \\
t(E) &= h'(x'(E), y'(E), z'(E), t'(E)).
\end{aligned}
$$

Die Gesamtheit der Funktionen e,f,g,h heißt *Koordinatentransformation vom Bezugssystem S ins Bezugssystem S'*.

Verkürzt kann man statt Koordinatentransformation auch einfach *Transformation* sagen, und wenn ersichtlich ist, dass S und S' Bezugssysteme sind, kann es statt "...vom Bezugssystem S ins Bezugssystem S'" kürzer heißen "...vom System S ins System S'" oder, ganz kurz, "...von S nach S'".

Die Funktionen e', f', g', h' definieren die *Umkehrtransformation* oder *inverse Transformation*, nämlich die *Transformation von S' nach S*.

Die Transformationen von S nach S' und jene von S' nach S hängen in der folgenden Weise zusammen: Kenne ich die Koordinatenwerte x,y,z,t eines Ereignisses E im System S und berechne die Koordinatenwerte x',y',z',t' desselben Ereignisses im System S', dann muss gelten: Benutze ich anschließend die Umkehrtransformationen von S' nach S, um aus den x',y',z',t' Koordinatenwerte x,y,z,t zu berechnen, dann muss ich als Ergebnis genau wieder die Koordinatenwerte vom Anfang erhalten.

Nützliche Kurzschreibweisen

Im Umgang mit den Koordinaten von Ereignissen hat sich eine nützliche Kurzschreibweise eingebürgert. In den vorangehenden Abschnitten hatte ich unterschieden zwischen den Koordinaten x, y, z, t als Funktionen (anders ausgedrückt: als Zuordnungsvorschriften) einerseits und den spezifischen Koordinatenwerten x(E), y(E), z(E) und t(E) die einem konkreten Ereignis zugeordnet waren, andererseits.

In der Physik hat sich für beides die gleiche Schreibweise eingebürgert. x, y, z sind weiterhin allgemeine Zuordnungsvorschriften, aber wir benutzen die gleichen Buchstaben auch für Koordinatenwerte und reden beispielsweise darüber, das Ereignis E habe die Koordinatenwerte x = 2, y=3, z=1 und t = 3600. Solange man jeweils auf den Zusammenhang achtet, sollte diese Kurzschreibweise nicht zu Missverständnissen führen.

Auch die letzten beiden Viererpackungen von Formeln für die Koordinatentransformationen sind recht schreibintensiv. Ich musste zusätzliche Namen für die Funktionen einführen, und die wiederholte Erwähnung von E machte die Formeln ebenfalls recht länglich. Daher hat sich eine Kurzschreibweise eingebürgert, in der man für Transformationsfunktionen einfach die Symbole der entsprechenden Koordinaten verwendet und auch hier nicht mehr überall explizit dazu schreibt, dass sich die Gleichungen auf Koordinaten für jeweils ein und dasselbe Ereignis E beziehen.

Die Transformation von S nach S' schreibt sich dann einfach

$$
\begin{aligned}
x' &= x'(x, y, z, t) \\
y' &= y'(x, y, z, t) \\
z' &= z'(x, y, z, t) \\
t' &= t'(x, y, z, t).
\end{aligned}
$$

Sobald eine explizite Form für die Funktionen gefunden ist, steht dann auf der rechten Seite nur noch ein Ausdruck, in dem x, y, z und t und in der Regel noch einige die Transformation charakterisierende Parameter vorkommen. Bei einer Transformation, in der das eine System gegenüber dem anderen in x-Richtung um die Strecke a verschoben ist, steht dort beispielsweise

$$
\begin{aligned}
x' &= x + a \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= t.
\end{aligned}
$$

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/beispieltrafo.png)

Die Umkehrtransformation von S' nach S ist in dieser Schreibweise

$$
\begin{aligned}
x &= x(x', y', z', t') \\
y &= y(x', y', z', t') \\
z &= z(x', y', z', t') \\
t &= t(x', y', z', t').
\end{aligned}
$$

Auch diese Kurzschreibweise sollte nicht zu Missverständnissen führen, solange man sich bei Transformationsausdrücken immer klar macht, was sie aussagen: Sind x,y,z,t die Koordinatenwerte im Bezugssystem S eines ganz bestimmtes Ereignisses E, dann liefern diese Funktionen die Koordinaten x', y',z',t' *desselben* Ereignisses im Bezugssystem S'. Bei Rechnungen, die solche Formeln benutzen, müssen sich x,y,z,t und x',y',z',t' jeweils auf dasselbe Ereignis beziehen; anders ergeben die Kurzformeln keinen Sinn.

Prime-Zeichen und gestrichene Systeme

Eine weitere nützliche Konvention habe ich in den vorangehenden Abschnitten bereits verwendet: Vergleicht man verschiedene Bezugssysteme, dann bezeichnet man sie oft als S, S', S'' mit unterschiedlicher Anzahl von Strichen (typografisch gesprochen handelt es sich bei diesen Strichen um Prime-Zeichen (http://de.wikipedia.org/wiki/Prime_%28Typografie%29)).

Das System S' heißt dann auch *gestrichenes System*, S'' heißt *zweifach gestrichenes System*, und so weiter. Kommt man irgendwo in die Verlegenheit, vier oder mehr gestrichene Systeme einführen zu müssen, ist auch die Schreibweise

$$S,\, S',\, S'',\, S''',\, S^{(4)},\, S^{(5)}, \ldots$$

eine Möglichkeit. Dabei werden ab dem vierfach gestrichenen System (oder danach) nicht mehr all die Striche hingemalt, sondern stattdessen als Index eine vier in Klammern. Das kommt aber nur sehr selten vor.

Die Schreibweise mit den Strichen hat den Vorteil, dass sie sich auf alle Größen übertragen lässt, die zu den behandelten Bezugssystemen gehören: ist x die x-Koordinate (z.B. eines bestimmten Ereignisses) des S-Systemes, dann bezeichnet x' die entsprechende Größe bezogen auf S' (die x'-Koordinate desselben Ereignisses) und so weiter, und genau so geht es mit ungestrichenen, zwei- der noch mehrfach gestrichenen Größen.

Das ist eine übersichtliche Art und Weise, Systeme und die darauf bezogenen Größen zu unterscheiden und mit einem Blick zu sehen, auf welches von mehreren Bezugssystemen sich eine bestimmte Angabe bezieht. Selbst wenn man einmal überlesen haben sollte, was eine bestimmte, mit einem Strich versehene Größe darstellt - alleine der Strich sagt einem dieser Konvention gemäß, dass sich die betreffende Größe auf das Bezugssystem S' bezieht.

Beobachter und Bezugssysteme

Eine weitere Gewohnheit der Physiker besteht darin, die Bezeichnungen *Bezugssystem S* und *in S ruhender Beobachter* (verkürzt *Beobachter in S* oder gar *Beobachter S*) weitgehend synonym zu verwenden.

Eine Aussage wie "Ein Beobachter in S misst für das Ereignis E den x-Koordinatenwert 2" ist dann gleichwertig zu "Der x-Koordinatenwert von E im Bezugssystem S ist 2". Das ist lediglich eine Abkürzung und bringt zudem etwas größere Flexibilität bei der sprachlichen Beschreibung dessen, was da vorgeht.

Der Beobachter, der damit gemeint ist, ist oft genug nur eine nützliche Fiktion - es kann sein, dass solch ein Beobachter auf Teilchen reiten, im Zentrum der Sonne ruhen und derlei anderer in Wirklichkeit unmöglicher Dinge mehr tun müsste. In Situationen, in denen er doch einem realen Beobachter entspricht, sollte das, was der reale Beobachter feststellt und misst, allerdings tunlichst dem entsprechen, was da in verkürzter Form ausgesagt wurde!

Diese Verwendung des Wortes Beobachter weicht an einer Stelle vom Alltagssprachgebrauch ab. Tatsächliche Beobachter aus Fleisch und Blut, sprich: die Wissenschaftler, die Beobachtungen anstellen, können durchaus außerhalb des Bezugssystems agieren, in dem sie selbst ruhen, und dort, wo es nützlich ist, ein ganz anderes Bezugssystem verwenden, um ihre Beobachtungen zu beschreiben und einzuordnen.

Ein gutes Beispiel sind die Astronomen, die ihre Messungen oft ganz selbstverständlich in Bezugssystemen ausdrücken, in denen weder sie selbst noch ihre Teleskope ruhen. Das äquatoriale Koordinatensystem für Himmelskörper ist ein spezielles Beispiel, das relativ zum Schwerpunkt des Sonnensystems ruhende Bezugssystem zur Berechnung von Bewegungen im Sonnensystem ein weiteres.

Wo im Zusammenhang mit den Relativitätstheorien von Beobachtern die Rede ist, muss man daher etwas auf der Hut sein: Ist das Wort Beobachter dort nur ein Synonym für "Bezugssystem"? Oder ist ein Beobachter im Alltagssinn gemeint? Ich werde mich im folgenden bemühen, dass jeweils auf dem Zusammenhang klar wird, welche Bedeutung in jedem konkreten Falle gemeint ist.

Eine weitere Unterscheidung im Zusammenhang mit dem Beobachter-Begriff wird später ebenfalls noch wichtig. Oft werden die Aussagen, dass ein Beobachter etwas "sieht", "beobachtet", "misst" oder "feststellt" synonym verwendet. Tatsächlich gibt es da aber zwei sehr unterschiedliche Fälle.

Was ein Beobachter zu einem gegebenen Zeitpunkt tatsächlich *sieht*, hängt davon ab, wieweit der Beobachter von dem beobachteten Ereignis entfernt ist: Sehen heißt, dass das Licht in dem betreffenden Zeitpunkt bei dem Beobachter eintrifft. Da Licht aber eine gewisse Zeit benötigt, um von einem Ort zum anderen zu gelangen, ist das, was ein Beobachter sieht, bereits vorbei - wenn der Beobachter einen bewegten Körper sieht, dann ist der betreffende Körper, bis sein Licht den Beobachter erreicht hat, bereits seinerseits ein Stück weitergeflogen.

Auch diese Unterscheidung sollte man sich einmal klar machen, damit es nicht zu Missverständnissen kommt. Wenn im Hinblick auf ein *Bezugssystem* Ausdrücke wie "aus Sicht des Systems S'" fallen, ist dagegen mit großer Sicherheit nicht gemeint, dass es tatsächlich um einen Sehvorgang samt den erwähnten Verzögerungseffekten geht. "Aus Sicht des Systems S' bewegt sich der Körper mit Geschwindigkeit v" ist nur eine andere Ausdrucksweise für "Im/bezogen auf das Bezugssystem S' bewegt sich der Körper mit Geschwindigkeit v".

Erste Folgerungen aus den Transformationen

Zurück von den Konventionen und Schreibweisen zu dem, was die Transformationsfunktionen an Informationen enthalten. Leser, denen die hier angestellten Überlegungen allzu abstrakt vorkommen, mögen beruhigt sein: Wir werden das, was hier gesagt wird, später anhand der konkreten Beispiele noch einmal aufgreifen. Aber es ist durchaus nützlich, sich zunächst einmal Gedanken darüber zu machen, was sich bereits aus dem Umstand ergibt, dass es überhaupt Transformationsfunktionen gibt.

Die Transformationsfunktionen, die wir eingeführt hatten, betreffen zunächst einmal die Koordinaten von einzelnen Ereignissen E. Für jedes Ereignis E können wir, gegeben dessen Koordinaten x,y,z,t im Bezugssystem S, die Koordinaten x',y',z',t' desselben Ereignisses im Bezugssystem S' berechnen, und umgekehrt.

Gleichzeitigkeit

Eine allgemeine Aussage, die sich direkt aus den Transformationen ableiten lässt, betrifft die Gleichzeitigkeit. Betrachten wir zwei Ereignisse E und F, die im ungestrichenen System S gleichzeitig stattfinden, anders ausgedrückt: Im Bezugssystem S wird beiden Ereignissen derselbe Zeitkoordinatenwert zugeordnet, t(E) = t(F).

Aus den Transformationsfunktionen können wir dann ableiten, ob die Ereignisse auch im gestrichenen System gleichzeitig stattfinden. Dabei spielen im allgemeinen auch die Orte beider Ereignisse eine Rolle, denn um anhand der Transformationsfunktion

$$t' = t'(x, y, z, t)$$ (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/transformation-t.png)

den Zeitkoordinatenwert t' zu bestimmen, der einem Ereignis E im System t zugeordnet wird, müssen wir auf der rechten Seite eben nicht nur t(E) einsetzen, sondern ebenso die Raumkoordinaten x(E), y(E), z(E) des Ereignisses im System S.

Analog gehen wir vor, um t'(F) zu berechnen. Der Vergleich von t'(F) und t'(E) zeigt dann, ob beide Ereignisse auch im Bezugssystem S' gleichzeitig stattfinden.

Für die Transformationen, die man in der klassischen Mechanik betrachtet, wird das der Fall sein; in der Speziellen Relativitätstheorie dagegen wird sich Gleichzeitigkeit bei Übergängen von einem Bezugssystem zum anderen im allgemeinen ändern ("Relativität der Gleichzeitigkeit").

Zeitintervalle

Betrachten wir als nächstes eine Uhr, die im System S ruht. Die Uhr möge mit der in S definierten Zeitkoordinate synchronisiert sein, also zu jedem Zeitpunkt t auch genau den Wert t anzeigen. Dass die Uhr in S ruht, bedeutet, dass ihre Ortskoordinaten im Bezugssystem S konstant sind, sagen wir: x=a, y=b, z=c.

Aus

$$t' = t'(x, y, z, t),$$

einem Ausdruck, der in diesem Falle (Einsetzen der konstanten Koordinatenwerte) die einfache Form

$$t' = t'(a, b, c, t)$$

annimmt, können wir dann direkt ablesen, zu welchen Zeitpunkten im System S' die verschiedenen Anzeigen der Uhr stattfinden.

Nehmen wir als Beispiel die zwei Ereignisse "Uhr zeigt t=0 an" und "Uhr zeigt t= eine Sekunde an". Für jedes dieser Ereignisse können wir die zugehörige t'-Koordinate berechnen und anschließend feststellen, ob im System S' gemessen an der in S' definierten Zeitkoordinate t' mehr Zeit als eine Sekunde vergangen ist, genau eine Sekunde, oder weniger als eine Sekunde.

Dazu müssen wir nur die Differenz zwischen

$$t'_1 = t'(a, b, c, t = 0\ s)$$ (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/tstrich0s.png)

und

$$t'_2 = t'(a, b, c, t = 1\ s)$$ (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/tstrich1s.png)

bilden, die anzeigt, wieviel Zeit zwischen den beiden Uhrenanzeigen vergangen ist, gemessen anhand der in S' gültigen Zeitkoordinate. So können wir die Zeitmessung in beiden Systemen zueinander in Beziehung setzen.

In der klassischen Mechanik stellt sich heraus, dass Zeitintervalle in beiden Systemen immer die gleichen sind: Zwischen der Anzeige "0 Sekunden" und "1 Sekunden" läuft auch die Zeitanzeige jedes der Bezugssysteme in der klassischen Mechanik genau eine Sekunde weiter.

In der Speziellen Relativitätstheorie dagegen wird sich zeigen, dass es im allgemeinen durchaus vom Bezugssystem abhängt, welches Zeitintervall zwischen zwei Ereignissen E und F vergeht. Den zugehörigen Effekt der *Zeitdilatation* werden wir in einem späteren Beitrag noch genauer kennenlernen.

Die Transformation von Bahnkurven

Beschreiben wir im Rahmen der klassischen Mechanik die Bewegungen von Körpern, dann jeweils als Bahnen im Raum: im Bezugssystem S entspricht das der Angabe von Funktionen x(t), y(t), z(t) für die drei Ortskoordinaten des Körpers (bei ausgedehnten Körpern z.B. Ortskoordinaten für den

Schwerpunkt) in Abhängigkeit von der Zeitkoordinate t des Systems.

Wie sich die Werte von x(t), y(t) und z(t) je nach eingesetzter Zeit t ändern, beschreibt, wie sich der Körper mit der Zeit durch den Raum bewegt. Sind diese drei Funktionen gegeben, lassen sich auch die Geschwindigkeit des Körpers und seine Beschleunigung angeben: Die Geschwindigkeitskomponenten in x-, y- und z-Richtung sind die Änderungsraten (Ableitungen) der Funktionen x(t), y(t) bzw. z(t) mit der Zeit, und die Beschleunigungen in x-, y- und z-Richtungen die Änderungsraten (Ableitungen) der Geschwindigkeitskomponenten mit der Zeit.

Wie sieht es mit der Bahn desselben Körpers im gestrichenen System S' aus? Die lässt sich in zwei Schritten berechnen. Setzen wir x(t), y(t) und z(t), also die Bahn des Körpers, ausgedrückt in den Koordinaten des Bezugssystems S, in die Transformationsformel

$$t' = t'(x, y, z, t)$$

ein, dann steht dort

$$t' = t'(x(t), y(t), z(t), t),$$

mithin also eine Gleichung, in der auf der linken Seite t' steht und auf der rechten Seite als einzige freie Variable nur noch t vorkommt.

Löst man diese Gleichung nach t auf, dann erhält man einen *entlang der Bahnkurve des Körpers gültigen* Zusammenhang t(t'), sprich: t als eine Funktion der t'-Koordinate des Systems S'. Damit wiederum kann man sich die Gleichungen für x', y' und z' vornehmen: Setzt man in

$$x' = x'(x, y, z, t)$$

auf der rechten Seite die Bahn x(t), y(t), z(t) ein, dann hat man immerhin schon eine Gleichung, die nur noch von t abhängt, also zusammenfassend geschrieben werden kann

$$x' = x'(t).$$

Setzen wir jetzt noch den zuvor abgeleiteten Zusammenhang t(t') ein, der für alle Ereignisse auf der Bahnkurve des Körpers gilt, und schon haben wir, wie gewünscht, den Zusammenhang

$$x' = x'(t'),$$

nämlich die Aussage, wie sich die im System S' gemessene x'-Koordinate des Körpers mit der in S' gemessenen Zeit t' ändert.

Das ist bereits ein Drittel der gesuchten Bahngleichung des Körpers im System S'. Ganz analog können wir für y' und z' vorgehen.

Haben wir die drei Bahnfunktionen x'(t'), y'(t') und z'(t') bestimmt, dann können wir über die Änderungsrate und über deren Änderungsrate - die Ableitung erfolgt diesmal natürlich nach der Zeitkoordinate t' - die Geschwindigkeit des Körpers und seine Beschleunigung im System S' berechnen.

Hat man solchermaßen eine Möglichkeit, Bewegungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu bestimmen, kann man auf die gleiche Weise, wie wir das im System S getan haben, Massen bestimmen (mit einer baugleichen Hooke'schen Feder wie der im System S), dann Kraftstärken, und so weiter. Auf diese Weise kann man im Prinzip alle Gesetze der Mechanik herausfinden, in derjenigen Form, in der sie im System S' gelten.

Längen

Betrachten wir als letztes einen in S ruhenden Körper, dessen Länge wir bestimmen wollen, etwa einen langen Stab. Da es uns nur um die Länge geht, vernachlässigen wir Breite und Tiefe des Stabes und betrachten den Stab als eindimensionales Gebilde mit einem Anfangspunkt, einem Endpunkt und einer geraden Verbindung zwischen den beiden.

Dass der Stab relativ zum Bezugssystem S ruht, bedeutet, dass die Koordinaten seines Anfangspunkts in diesem System konstante Werte haben, und dass die Koordinaten seines Endpunkts konstante Werte haben. Nehmen wir an, der Anfangspunkt des Stabes befindet sich bei x=a, y=b, z=c, wobei a,b,c die konstanten Werte für die Koordinaten sein sollen, und der Endpunkt bei x=d, y=e, z=f.

In einem zweiten Bezugssystem S' können sich die Koordinatenwerte, die Stabanfang und -ende zugeordnet werden, durchaus mit der Zeit ändern. Die verschiedenen Bahnfunktionen x'(t'), y'(t'), z'(t') für Anfangs- und Endpunkt hängen dann von der Zeitkoordinate t' ab; je nachdem, zu welcher Zeit man misst, befindet sich der Stab im System S' an einem anderen Ort.

Die Bahnfunktionen kann man in diesem einfachen Fall wiederum recht direkt bestimmen, wenn man die Transformationsfunktionen kennt. Wir führen diejenigen Schritte durch, die wir bei der Transformation von Bahnkurven ausgeführt hatten: Aus der Gleichung

$$t' = t'(x, y, z, t),$$

die in diesem Falle (Einsetzen der konstanten Koordinatenwerte) wieder die einfache Form

$$t' = t'(a, b, c, t)$$

annimmt, können wir durch Auflösen nach t eine für alle Ereignisse entlang der Bahn gültige Abhängigkeit des Wertes von t vom Wert für t' ableiten, eine Funktion t(t'). Ich schreibe diese Funktion als $t_A(t')$, wobei der Index A darauf hinweisen soll, dass diese Beziehung nur für Ereignisse auf der Bahn des Anfangspunkts des Stabs gilt. Für den Endpunkt kann man analog eine Beziehung $t_E(t')$ ableiten.

Daraus und aus den allgemeinen Transformationen kann man für jeden Zeitpunkt t' berechnen, wo sich der Anfangspunkt des Stabes im System S' befindet und wo der Endpunkt des Stabes. Für die Koordinaten des Anfangspunkts in Abhängigkeit von der S'-Zeitkoordinate t' findet man

$$\begin{aligned} x'_A(t') &= x'(a, b, c, t_A(t')) \\ y'_A(t') &= y'(a, b, c, t_A(t')) \\ z'_A(t') &= z'(a, b, c, t_A(t')), \end{aligned}$$

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files
/anfangspunkt-prime1.png)

für die Koordinaten des Endpunkts entsprechend

$$\begin{aligned} x'_E(t') &= x'(d, e, f, t_E(t')) \\ y'_E(t') &= y'(d, e, f, t_E(t')) \\ z'_E(t') &= z'(d, e, f, t_E(t')). \end{aligned}$$

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/endpunkt-
prime1.png)

Den Abstand von Anfangs- und Endpunkt erhält man, wenn man zu ein und demselben Zeitpunkt t' den dreidimensionalen Satz des Pythagoras anwendet, nämlich als

$$d'(t') = \sqrt{[x'_E(t') - x'_A(t')]^2 + [y'_E(t') - y'_A(t')]^2 + [z'_E(t') - z'_A(t')]^2}.$$

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/laenge-prime.png)

Wenn der Stab auch im gestrichenen System eine gerade Verbindung zwischen Anfang- und Endpunkt bildet, dann ist das Ergebnis die Länge des Stabs, gemessen im System S'. Das wird in den Beispielen für Transformationen, die wir später betrachten, in der Tat der Fall sein.

Ein wichtiger Aspekt dieser Formel ist, dass die Position von Anfang- und Endpunkt zum gleichen Zeitpunkt t' bestimmt werden, bevor man aus den Koordinaten die Länge berechnet.

Das wird wichtig, sobald sich der Stab relativ zu dem System S', in dem seine Länge bestimmt werden soll, bewegt. Warum, das ist in den folgenden Abbildungen/Animationen veranschaulicht.

Die Länge eines Stabes kann man messen, indem man den Anfang des Stabs an den Nullpunkt eines Maßstabs legt und abliest, bei welcher Markierung das Ende zu liegen kommt. In diesem Beispiel hier ist der lilafarbene Stab offenbar 8 Zentimeter lang:

(/relativ-einfach/files/laengenmessung-v11.png)

Die Raumkoordinaten, die wir eingeführt haben, sind so definiert (siehe Teil I (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i/)), dass sie genau solch eine Länge reproduzieren - die Länge, die ich bekomme, wenn ich für einen in S' ruhenden Stab die Raumkoordinaten x'_A, y'_A, z'_A des Anfangs- und x'_E, y'_E, z'_E des Endpunkts bestimme und dann mit dem dreidimensionalen Satz des Pythagoras

$$d' = \sqrt{(x'_E - x'_A)^2 + (y'_E - y'_A)^2 + (z'_E - z'_A)^2}$$

(http://www.scilogs.de
/relativ-einfach/files/laenge-prime2.png)

deren Distanz ausrechne, muss das gleiche Ergebnis wie bei direkter Messung mit einem Maßstab. Den Vergleich mit den Markierungen eines Maßstabs kann man auch vornehmen, wenn sich das Objekt, dessen Länge es zu messen gilt, am Maßstab vorbeibewegt.

Man muss freilich darauf achten, dass man die beiden Teile der Messung (erstens feststellen, dass der Anfangspunkt des Objekts gerade am Nullpunkt des Maßstabs liegt; zweitens ablesen, an welcher Markierung des Maßstabs der Endpunkt des Objekts liegt) gleichzeitig vornimmt, wie hier gezeigt:

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/laengenmessung-v2.gif)

Nimmt man nämlich beispielsweise das Ablesen am Endpunkt des Objekts zu spät vor, dann bekommt man ein zu großes Ergebnis für die Länge:

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/files/laengenmessung-v3.gif)

Nimmt man das Ablesen am Endpunkt dagegen zu früh vor, dann bekommt man umgekehrt ein zu kleines Ergebnis für die Länge. Daher ist das gleichzeitige Ablesen wichtig. Und da Gleichzeitigkeit im System S' gleichen Werten der Zeitkoordinate t' des Systems entspricht, haben wir in der obigen Formel für d'(t') Anfangs- und Endkoordinaten zur gleichen Zeit ausgewertet.

In der klassischen Mechanik haben solche Überlegungen keinerlei praktische Konsequenzen. Dort ist, wie schon erwähnt, Gleichzeitigkeit für alle Systeme dasselbe. In der Speziellen Relativitätstheorie dagegen trägt die Berücksichtigung der Gleichzeitigkeit zu einem Effekt bei, demzufolge die Länge eines Stabs je nach Bezugssystem unterschiedliche Werte annimmt - der sogenannten *Längenkontraktion*.

Aber das ist an dieser Stelle noch Zukunftsmusik. Eine Reihe wichtiger - wenn in diesem Teil auch notwendiger Weise noch abstrakter - Informationen, die man aus Koordinatentransformationsformeln gewinnen kann, haben wir jetzt vorgestellt. Es wird Zeit, konkrete Beispiele für Bezugssystemwechsel anzuschauen - das ist das Thema von Teil VII.

Wie für die vorangehenden Teile von "Einstein verstehen" gilt auch für diesen hier, dass ich Veränderungen, die sich aus der hier geführten Diskussion ergeben, direkt umsetzen werde. Die Originalfassung habe ich zum Vergleich hier als PDF eingestellt.

Diejenigen Zusatztexte, in denen einige der Behauptungen oder Ableitungen des Haupttextes näher ausgeführt werden, habe ich auf die Seite 2 dieses Beitrags gestellt.

Meinen Umgang mit Kommentaren in diesem Blog habe ich in diesem Blogbeitrag (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/allgemein/2013-01-12/blog-kommentare-relativ-einfach) erläutert. Inbesondere gilt: Der obige Text stellt den sechsten Schritt einer systematischen Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie dar; die Diskussion sollte auf den hier behandelten Themenbereich beschränken und insbesondere nicht auf das vorgreifen, was erst in den nachfolgenden Teilen der Einführung angesprochen wird. Ich behalte mir vor, Diskussionsbeiträge, die dem Leser keinen Mehrwert bieten, sondern die Diskussion stören, zu löschen.

Die Kommentare können zwischenzeitlich moderiert sein und werden dann von mir jeweils erst freigeschaltet. Daher bitte Geduld, wenn Sie einen Kommentar eingestellt haben, dieser aber nicht gleich unten auf dieser Seite erscheint!

« Wissenschaft und Journalismus als Marketing/PR (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/wissenschaft-und-journalismus-als-marketingpr/) |

Einen Kommentar schreiben

Angemeldet als Markus Pössel (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/wp-admin/profile.php). Abmelden » (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/wp-login.php?action=logout&redirect_to=http%3A%2F%2Fwww.scilogs.de%2Frelativ-einfach%2Feinstein-verstehen-vi-was-heisst-es-das-bezugssystem-zu-wechseln%2F&_wpnonce=4a3871d3fc)

Kommentar

Kommentar abschicken

Bitte ausrechnen

5 + vier =