Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls

18. November 2013 von Markus Pössel (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/author/poessel/) in Relativitätstheorien (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/category/relativitatstheorien/)

Dies ist Teil IV einer Online-Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie, die hier im Blog einen "Testlauf" absolviert und später – u.a. durch Feedback der Blogleser verbessert – ein Teil des Webportals Einstein Online (http://www.einstein-online.info/) werden soll. Nähere Informationen zu den Hintergründen finden sich in Einstein verstehen: Ein Blogexperiment, Teil I (http://www.wissenslogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i).

[Derzeit sind online: Teil 1 (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i), Teil 2 (http://www.wissenslogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2011-04-24/einstein-verstehen-teil-ii), Teil 3 (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2012-03-13/einstein-verstehen-teil-3-gleichzeitigkeit), Teil 4]

Bislang geht es in der Einleitung noch um die "Vorarbeiten", nämlich um diejenigen Konzepte aus der klassischen Physik - der Physik vor Relativitätstheorie und Quantentheorie - die man kennen muss, um zu verstehen, vor welchem Hintergrund und auf welcher Grundlage Einstein die Spezielle Relativitätstheorie einführte.

Wir hatten in den letzten Teilen gelernt, Orte im Raum (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i) anzugeben, indem wir ihnen bestimmte (kartesische) Koordinaten zuordnen, sowie die Dauer von Vorgängen (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2011-04-24/einstein-verstehen-teil-ii) zu messen, die direkt neben einer Uhr stattfinden. Wir hatten auch mögliche Gleichzeitigkeitsdefinitionen (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2012-03-13/einstein-verstehen-teil-3-gleichzeitigkeit) kennengelernt, mit denen sich Ereignissen ein Zeitpunkt zuordnen lässt, egal, wo sie sich im Raum befinden: Eine Referenzuhr zeigt dabei die (Koordinaten-)Zeit an, und für alle Ereignisse, die gleichzeitig mit einer bestimmten Zeitanzeige stattfinden, sagen wir, sie fänden zu dieser betreffenden Zeit statt.Wir hatten zwischen den verschiedenen Gleichzeitigkeitsdefinitionen allerdings noch keine endgültige Auswahl getroffen.

Mit ungefähr diesem Wissen ausgerüstet haben Isaac Newton, seine Zeitgenossen und seine Nachfolger sich im 17. Jahrhundert daran gemacht, die Bewegung von Objekten und die Einflüsse, denen Bewegungen unterliegen, systematisch zu beschreiben. Das Ergebnis ist die sogenannte *klassische Mechanik*. Sie ist auch heute noch die Grundlage der meisten physikalischen Modelle der Wirklichkeit, die in der Physik, aber insbesondere auch in Technik und Ingenieurswesen zur Anwendung kommen.

Welches Bezugssystem?

Mit den in Teil I bis III erarbeiteten Methoden kann man viele Bezugssysteme mit unterschiedlichen Eigenschaften definieren, unter anderem solche, die relativ zueinander rotieren oder deren räumliche Nullpunkte ihren Abstand voneinander mit der Zeit ändern. Es liegt auf der Hand, dass vom Bezugssystem abhängt, wie sich Körper bewegen: Ruht ein Körper in dem einen Bezugssystem, wird er sich schließlich in einem relativ dazu rotierenden System im allgemeinen auf einer Kreisbahn bewegen!

Formulieren wir physikalische Gesetze, die beschreiben sollen, wie sich Körper bewegen, dann müssen wir uns darüber im klaren sein, dass diese Gesetze in der von uns gewählten Fassung aller Wahrscheinlichkeit nach nur in einigen der vielen möglichen Sorten von Bezugssystem gelten werden. Man könnte daher denken, die naheliegende Reihenfolge zur Definition der klassischen Mechanik sei: Schritt 1: Definiere, auf was für ein Bezugssystem sich die Bewegungsgesetze beziehen. Schritt 2: Formuliere die Gesetze in diesem Bezugssystem.

Tatsächlich ist die Lage aber etwas komplizierter. Um darüber zu reden, was diejenigen Bezugssysteme auszeichnet, die zur Formulierung der Gesetze der klassischen Mechanik besonders geeignet sind, benötigt man bereits bestimmte Grundbegriffe, die sich direkt aus den Konzepten der Mechanik ergeben.

Deswegen gehe ich hier wie folgt vor: Zunächst, beginnend hier mit Teil IV, stelle ich die klassische Mechanik vor, ihre Begriffe und ihre Gesetze. Am Anfang steht dabei das folgende Axiom:

Es gibt (mindestens) ein Bezugssystem, in dem die Gesetze der Mechanik die hier beschriebene einfache Form haben.

Später wende ich mich der Frage zu, welche Eigenschaften solche Bezugssysteme haben und wie man Bezugssysteme, die sich für die klassische Mechanik eignen identifizieren kann. Dann wird sich herausstellen, dass es in der klassischen Mechanik sogar unendlich viele solcher Systeme gibt. Sie

RELATIV EINFACH (HTTP://WWW.SCILOGS.DE/RELATIV-EINFACH)

... aber nicht einfacher (http://www.scilogs.de/relativ-einfach)

(http://www.scilogs.de/relativ-einfach/author/poessel/)

Markus Pössel (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/author/poessel/)
| Über das Blog (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/about-the-blog/)
| Blog Homepage (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/)

(https://twitter.com/mpoessel)

Suche in RELATIV EINFACH | Suche

LETZTE BEITRÄGE

- Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls (/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/)
- Ein kritischer Blick auf die globale Temperaturentwicklung (/relativ-einfach/globale-temperaturkurve/)
- Higgs-Erklärungen und -Missverständnisse reloaded (/relativ-einfach/higgs-erklaerungen-und-missverstaendnisse-reloaded/)
- Ausgewogene Wissenschaftssendungen oder "von Männern für Männer"? (/relativ-einfach/wissenschaftssendungen-gleichberechtigt/)
- Preisgekrönte Mathema- und Informatiker beim Heidelberg Laureate Forum (/relativ-einfach/preisgekroente-mathema-und-informatiker-beim-hlf/)

AKTUELLE KOMMENTARE

- **zu Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls (/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/#comment-4877)**
  Das ist doch jetzt wirklich Krittelei. Und ja: Natürlich ist es eine Baustelle. Die übrigens, wie ich beim nochmaligen Durchschauen
- **zu Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls (/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/#comment-4853)**
  Markus Pössel schrieb (21. November 2013 12:58): > [...] muss man vieles an Vorwissen bereits haben. Dieses Vorwissen baue ich
- **zu Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls (/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/#comment-4852)**
  Ach, kommen Sie - dass das nicht so einfach ist, wie Sie hier (mit durchaus missverständlich selektivem Zitieren aus

werden *inertiale Bezugssysteme* oder *Inertialsysteme* genannt. Solche Systeme spielen, wenn wir dann anschließend zur Speziellen Relativitätstheorie übergehen, eine wichtige Rolle. Dort werden wir unser Rezept dazu, ausfindig zu machen, ob ein Bezugssystem ein Inertialsystem ist oder nicht, noch einmal verfeinern.

Bis wir soweit sind, betrachten wir es schlicht als gegeben, dass es mindestens ein Inertialsystem gibt, sprich: ein Bezugssystem, in dessen Raumkoordinaten (der Einfachheit halber: kartesische Raumkoordinaten wie in Teil I eingeführt) und Zeitkoordinate ausgedrückt die Gesetze die hier vorgestellte Form haben.

Wer sich während der folgenden Schilderungen ein konkretes Bezugssystem für die mechanischen Gesetze vorstellen möchte, hat zwei naheliegende Möglichkeiten: zum einen erdfeste Bezugssysteme, die sich relativ zum Erdboden in Ruhe befinden (wie ein Labortisch). Oder aber, besonders geeignet zur Beschreibung von Bewegungen im Sonnensystem: dasjenige Bezugssystem, das sich relativ zur Sonne in Ruhe befindet und relativ zu den fernen Fixsternen nicht rotiert. (Näher ausgeführt habe ich das in dieser Ergänzung hier (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/2/#spezielleBezugssysteme) auf Seite 2 des Beitrags.)

Von Aristoteles zu Newton

Wie bewegen sich Körper? Genauer: Lassen wir biologische Systeme, die ja durchaus noch komplizierter sind, erst einmal außen vor, und fragen wir, wie sich einfache nicht-lebende Objekte bewegen, die wir sich selbst und den äußeren Umständen überlassen.

Unserer Alltagserfahrung nach könnte man meinen, der natürliche Zustand eines Körpers sei die Ruhe. Genau das beobachten wir schliesslich, wenn beispielsweise ein Ball, den wir werfen, erst fliegt, dann herunterfällt, vielleicht noch ein paar mal auf dem Boden aufprallt, noch ein Stück weiterrollt, aber dann schliesslich liegenbleibt. Eine Federtasche, die wir über den Tisch schieben, kommt zur Ruhe, kurz nachdem wir sie loslassen. Ein Auto, dessen Motor wir abstellen, rollt auf ebener Straße aus.

Neben vielen weiteren Regeln setzt die Mechanik des Aristoteles (http://www.leifiphysik.de/web_ph11/lesestoff/02_bewegung/bew.htm) auch diese Alltagserfahrung in eine Regel um: Damit ein Körper in Bewegung kommt und/oder bleibt, muss man ihn aktiv beeinflussen, so Aristoteles. Ohne solch einen anhaltenden Einfluss kommt der Körper zur Ruhe.

Ein Nachteil dieser Betrachtungsweise ist, dass man für Himmelskörper gänzlich andere Gesetze postulieren muss als für irdische Objekte. Der Lauf der Sterne über den Himmel oder der Planeten ("Wandelsterne") durch die Sternlandschaft geht in den Zeiträumen, die wir überblicken können, nicht zuende und verlangsamt sich auch nicht merklich. Das erfordert eine Trennung: Hie die irdischen Körper, die stetiger Einwirkung bedürften, um nicht stehen zu bleiben; dort die Himmelskörper, fest an riesige Kugelschalen angeheftet, die unaufhörlich rotierenden Himmelssphären.

Eine der großen Leistungen Newtons bestand darin, die Trennung zwischen Himmelskörpern und Körpern hier auf der Erde aufzuheben und mechanische Grundgesetze abzuleiten, die einheitlich für all diese Körper gelten. Der natürliche, unbeeinflusste Bewegungszustand von Körpern ist in der neuen Mechanik entweder die Ruhe oder aber eine Bewegung mit gleichbleibender Geschwindigkeit entlang einer Geraden. Da Galileo eine Version dieses Grundgesetzes bereits vor Newtons Veröffentlichung zur Beschreibung von Geschossbahnen verwendet hatte, wird es auch als "Galileisches Trägheitsgesetz" bezeichnet.

In den beiden speziellen Sorten von Bezugssystem, die ich erwähnt hatte, den erdgebundenen und denen mit der Sonne im Mittelpunkt, gilt dieses Gesetz in guter Näherung (auf einige Einschränkungen werde ich in nachfolgenden Teilen eingehen). Es wird zur Grundlage sowohl der Beschreibung mechanischer Laborversuche als auch der Bewegungen von Himmelskörpern im Sonnensystem.

Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, dass ich mit "Newton'scher Mechanik", synonym "klassische Mechanik", jeweils die moderne Version von Newtons Theorien meine, dem Sprachgebrauch der meisten heutigen Physikvorlesungen folgend. Die historische Diskussion, inwieweit diese moderne Version tatsächlich den damaligen Auffassungen Newtons entspricht, möchte ich hier ausklammern.

Vorläufige Definitionen der Gleichzeitigkeit

Über die Notwendigkeit, Gleichzeitigkeit mit Hilfe einer Messvorschrift zu definieren, haben sich die Schöpfer der klassischen Mechanik und ihre Nachfolger bis Ende des 19., Anfang des 20. Jahrhunderts offenbar keine weitergehenden Gedanken gemacht.

Newton unternimmt zwar den Schritt, die "absolute, wahre und mathematische Zeit" oder "Dauer" einerseits und die "relative, scheinbare, und gemeine Zeit" auseinanderzuhalten (http://books.google.de/books?id=Tm0FAAAAQAAJ&pg=PA9#v=onepage&q&f=false), welche man aus der Messung der wahren Dauer mit Hilfe von Bewegung (nämlich der Erddrehung und der Bewegung der Erde um die Sonne) erhalte und in Jahr, Monat, Tag und Stunde einteile. Er macht hinter den spezifisch erdbezogenen Zeitdefinitionen ein allgemeineres Konzept von Zeit aus, und das ist eine nicht zu unterschätzende Erkenntnis. Aber weiter hinterfragt Newton die grundlegenden Begriffe nicht, sondern schreibt: "Ich definiere Zeit, Raum, Ort und Bewegung nicht, da sie allen bekannt sind."

Laplace, der Newtons Arbeit in seiner *Traité de mécanique céleste* fortschreibt, würdigt die Definition des Raumes zumindest mit einem spärlichen Satz (http://books.google.de/books?id=k-cRAAAAYAAJ&pg=PA1#v=onepage&q&f=false); die Zeit kommt ohne Definition ins Spiel. In seinem *Exposition du système du monde* führt er zumindest einige Grundlagen der Zeitmessung (http://books.google.de/books?id=qG5bAAAAQAAJ&pg=PA29#v=onepage&q&f=false) ein; dass Gleichzeitigkeit überhaupt einer Definition bedarf, war den damaligen Physikern aber offenbar schlicht nicht bewusst. Soweit scheint erst deutlich später, 1898, Henri Poincaré in seinem kurzen Aufsatz *La mesure du temps* (http://en.wikisource.org/wiki/The_Measure_of_Time) gedacht zu haben.

In der Praxis haben die damaligen Physiker und Astronomen ihre Uhren synchronisiert, indem sie

meiner

- **zu Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls (/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/#comment-4851)**
  Markus Pössel schrieb (21. November 2013 8:18): > Aber wenn ich Kindern das erste Mal das Zählen beibringe [...] Aber
- **zu Einstein verstehen IV: Klassische Mechanik – Massenpunkte, Newton'sche Gesetze, Impuls (/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/#comment-4837)**
  (a) Wer sagt denn, dass das ein Mangel des Einstein'schen Texts sei? Für die Zielgruppe des Textes ist die Kürze

ARCHIVE

KATEGORIEN

vorsichtig Uhren von einem Ort zum anderen transportiert haben oder indem sie astronomische Phänomene, beobachtbar von verschiedenen Standorten aus, als "Synchronisationssignal" verwendet haben.

In den mechanischen Gesetzen, die wir unten kennenlernen werden, tritt die Zeit als Parameter auf: als Variable, die Werte im Bereich der reellen Zahlen annimmt, wobei jeder Wert entspricht einem Zeitpunkt. Die Ortskoordinaten, die die Bewegung von Körpern Beschreiben, sind Funktionen der Zeitvariablen. Das gibt ebenfalls Hinweise auf zumindest einige Eigenschaften der Gleichzeitigkeit - ein Körper, der sich diesen Gesetzen zufolge mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, legt in gleichen Zeiten gleiche Strecken zurück. So wird Streckenmessung zur Messung von Zeitintervallen.

Später, wenn wir die Spezielle Relativitätstheorie kennenlernen, werden wir uns in Bezug auf die Gleichzeitigkeit auf eine eindeutige Definition festlegen. An dieser Stelle dagegen, in der klassischen Mechanik, legen wir uns in punkto Gleichzeitigkeit ebensowenig fest wie die damaligen Physiker. Für die Genauigkeit der historischen Experimente und Messungen zur klassischen Mechanik und für die allermeisten Anwendungen ist der vage Gleichzeitigkeitsbegriff, den transportierte Uhren, astronomische Beobachtungen und die mechanischen Gesetze selbst bestimmen - Poincaré spricht in seinem Aufsatz von "einer Vielzahl kleiner Regeln anwendbar auf jeden speziellen Fall" - vollkommen ausreichend.

Euklidischer Raum und Zeitparameter

Nach diesen historischen Vorbemerkungen nun zu den physikalischen Größen, Konzepten, Aussagen der Newton'schen Mechanik. Unser erstes Axiom, eine Art "nulltes Newtonsches Gesetz", war gewesen:

Es gibt mindestens ein Bezugssystem, in denen die Gesetze der Mechanik die nachfolgende einfache Form hat.

Die Wahl eines Bezugssystems bestimmt, wie Raum und Zeit modelliert werden sollen. In der Newton'schen Welt ist das mathematische Modell für den physikalischen Raum der euklidische Raum, am einfachsten beschreibbar durch kartesische Koordinaten. Jedem Punkt des euklidischen Raums soll ein Ort im physikalischen Raum entsprechen.

Die Zeitkoordinate ist ein Parameter, der relle Werte annimmt. Entsprechend dem Konzept der reellen Zahlengerade kann man sich die Zeit als Zeitgerade vorstellen. Jedem Zeitpunkt entspricht ein Punkt auf der Zeitgerade. Ein Punktereignis in dieser Newton'schen Welt, oft verkürzt Ereignis genannt, ist durch Angabe eines Orts (Punkt im euklidischen Raum) und eines Zeitpunkts (Punkt auf der Zeitgerade) definiert, also durch spezielle Werte der kartesischen Raumkoordinaten x,y,z und der Zeitkoordinate t.

Massenpunkte und ihre Bewegung

Die einfachsten Objekte der Newton'schen Mechanik sind die Massenpunkte, auch Punktteilchen genannt. Dabei handelt es sich um idealisierte, unendlich kleine Objekte, denen als Eigenschaft eine Masse zugeordnet wird. Auf die Bedeutung dieser Eigenschaft gehe ich weiter unten noch ein; an dieser Stelle ist nur wichtig, dass jedes Punktteilchen als Maß für seine Masse einen charakteristischen Zahlenwert (Masse ausgedrückt in einer geeigneten Einheit) zugeordnet bekommt. Er wird typischerweise mit *m* bezeichnet.

Dass es sich bei Punktteilchen um Objekte ohne Ausdehnung handelt, erlaubt es uns, den Ort eines Punktteilchens zu jedem gegebenen Zeitpunkt t durch Angabe der Koordinaten (x,y,z) eines einzigen Raumpunkts zu beschreiben. Für ein ruhendes Punktteilchen bleiben die Koordinatenwerte x,y,z per Definition jederzeit dieselben - genau das soll "in Ruhe (relativ zum gewählten Bezugssystem)" heißen. Bei einem Punktteilchen, das sich bewegt, sind die Koordinatenwerte Funktionen des Zeitparameters: x(t), y(t), z(t).

Der einfachste Fall der Bewegung ist Bewegung entlang einer geraden Linie mit konstanter Geschwindigkeit, auch genannt "geradlinig-gleichförmige Bewegung". In diesem Falle verändern sich die Koordinaten des Teilchens wie

$$x(t) = v_x \cdot t + x_0$$
$$y(t) = v_y \cdot t + y_0$$
$$z(t) = v_z \cdot t + z_0$$

wobei die konstanten Werte v_x, v_y und v_z die x-, y- und z-Komponenten der Geschwindigkeit des Teilchens genannt werden. Vom Zeitpunkt t_1 bis zum Zeitpunkt t_2 ändert sich die x-Koordinate des Teilchens um

$$\Delta x = v_x \cdot (t_2 - t_1) = v_x \cdot \Delta t$$

so dass die Geschwindigkeitskomponente v_x in der Tat angibt, wie schnell sich das Teilchen in x-Richtung bewegt: Je größer v_x, umso weiter bewegt sich das Teilchen in einem gegebenen Zeitintervall (hier Δt) in x-Richtung, mit anderen Worten: umso größer ist seine Geschwindigkeit in x-Richtung.

Durch Einsetzen von t=0 sieht man in den Formeln für x(t), y(t), z(t) direkt, dass x_0, y_0, z_0 den Ort des Teilchens zum Zeitnullpunkt t=0 beschreiben.

Der Betrag der Geschwindigkeit, üblicherweise bezeichnet mit v, ist gegeben durch

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

- er bestimmt, welche Strecke der Massenpunkt in einem gegebenen Zeitintervall zurücklegt. Diese Formel ergibt sich direkt aus der euklidischen Geometrie des Raums: Betrachten wir, wo sich das Teilchen zu zwei verschiedenen Zeitpunkten t_1 und t_2 aufgehalten hat und berechnen wir gemäß der in Teil I angegebenen Formel (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien

- Kosmologie (/relativ-einfach/category /kosmologie/)
- Mathematik (/relativ-einfach/category /mathematik/)
- Outreach (/relativ-einfach/category /outreach/)
- Outreach & Bildung (/relativ-einfach /category/outreach-bildung/)
- Relativitätstheorien (/relativ-einfach /category/relativitatstheorien/)
- Teilchenphysik (/relativ-einfach/category /teilchenphysik/)
- Überschlagsrechnungen (/relativ-einfach /category/uberschlagsrechnungen/)
- US & De (/relativ-einfach/category/us-de/)
- Wissenschaft & Medien (/relativ-einfach /category/wissenschaft-medien/)
- Wissenschaft und Gesellschaft (/relativ-einfach/category/wissenschaft-und-gesellschaft/)
- Wissenschaft und Internet (/relativ-einfach /category/wissenschaft-und-internet/)
- Zweifelhaftes (/relativ-einfach/category /zweifelhaftes/)

@MPOESSEL BEI TWITTER

(http://twitter.com /mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): @AutoriteitCM (http://twitter.com /AutoriteitCM) Well, Google Translate and I have jointly filed a spam complaint in Dutch, now. Let's see what happens.
about 2 hours ago (https://twitter.com /mpoessel/status /404168524412620801)

(http://twitter.com /mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): RT @HdAstro (http://twitter.com/HdAstro): @HdAstro (http://twitter.com/HdAstro) is looking forward to getting a little... eh, make that: younger sister. http://t.co/IY9DNgjMHp (http://t.co /IY9DNgjMHp)
about 12 hours ago (https://twitter.com /mpoessel/status /404021326199128065)

(http://twitter.com /mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): RT @unawe (http://twitter.com/unawe): A very nice write up by our friends at @Whyweexplore (http://twitter.com /Whyweexplore) on #UNAWE13 (http://twitter.com /search?q=%23UNAWE13), which took place @HdAstro (http://twitter.com /HdAstro) a few weeks or so ago http://t.co/hR… (http://t.co/hR…)
about 4 days ago (https://twitter.com /mpoessel/status /402540360725188608)

(http://twitter.com /mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): @AutoriteitCM (http://twitter.com /AutoriteitCM) Any way to complain to you about e-mail spam sent from the Netherlands to other countries? Your web-site doesn't give one.
about 1 week ago (https://twitter.com /mpoessel/status /400923203121315841)

(http://twitter.com /mpoessel/) Markus Pössel (http://twitter.com/mpoessel/): RT @HdAstro (http://twitter.com/HdAstro): Have a look at our new webpages! http://t.co/GDVsvrLrf8 (http://t.co /GDVsvrLrf8)
about 1 week ago (https://twitter.com

/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i#KoordinatenAbstandFormel) (Pythagoras) den Abstand zwischen diesen beiden Orten:

$$d = \sqrt{[x(t_2)-x(t_1)]^2 + [y(t_2)-y(t_1)]^2 + [z(t_2)-z(t_1)]^2}$$

- setzt man in diese Formel die oben angegebenen Ausdrücke für x(t) usw. ein, dann erhält man

$$d = \sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}\cdot(t_2-t_1) = v\cdot(t_2-t_1).$$

Der Wert v ist also tatsächlich jener Proportionalitätsfaktor, der beschreibt, wie weit sich das Teilchen in einem gegebenen Zeitraum, hier t_2-t_1, bewegt, also der Betrag der Geschwindigkeit des Teilchens. Für die geradlinig-gleichförmige Bewegung ist der Betrag der Geschwindigkeit konstant. Wie sich v auf die einzelnen Komponenten aufteilt, gibt ergänzend zum Betrag an, in welche Richtung sich der Massenpunkt bewegt.

Von den Maßeinheiten her ergibt sich: Im SI-System haben die Koordinatenwerte die Einheit Meter, m, die Zeit die Einheit Sekunde, s. Die Geschwindigkeit hat demnach die Einheit Meter durch Sekunde, m/s.

Die hier definierte lineare Bewegung ist nicht nur für jede Koordinate linear in der Zeit, sondern die Bahn folgt auch einer Linie - einer Geraden - im Raum. Dass wir für x-, y- und z-Koordinate jeweils eine lineare Gleichung in t haben, entspricht der sogenannten *Parameterdarstellung* einer solchen Raumgeraden.

Die Geschwindigkeit als Ableitung

Es gibt einen mathematischen Formalismus, der direkt dafür erfunden wurde, Änderungsraten zu beschreiben: die Differenzialrechnung. Die Texte von *Einstein verstehen* sollen auch ohne Kenntnisse der Differenzialrechnung verständlich sein, aber das, was ich hier beschreibe, lässt sich an manchen Stellen in der Sprache der Differenzialrechnung deutlich kürzer ausdrücken als anderweitig. Deswegen werde ich Ableitungen, das sind die grundlegenden Elemente der Differenzialrechnung, an diesen Stellen zumindest ergänzend erwähnen. In diesem Abschnitt hier möchte ich zumindest kurz skizzieren, worum es dabei geht.

Baustein vieler physikalischer Modelle sind Funktionen: x- oder y-Koordinate sind Funktionen der Zeit, die Temperatur auf der Erdoberfläche eine Funktion unter anderem des Ortes, der Strom, der durch einen bestimmten Stromkreis fließt eine Funktion der angelegten Spannung.

In allen diesen Fällen haben wir eine physikalische Größe, die von einem Parameter - einer anderen physikalischen Größe - abhängt. In der Differenzialrechnung betrachtet man, wie sich eine solche von einem Parameter abhängige Größe ändert, wenn man den Parameterwert selbst ein winziges bisschen ändert. Wie ändert sich die x-Koordinate mit der Zeit? Wie ändert sich ein Temperaturwert mit der x-Koordinate? Wie ändert sich die Funktion sin(x), wenn wir x etwas ändern?

Das Verhältnis der Änderung der Größe selbst zur Parameteränderung, betrachtet für winzigste Parameterwertänderungen, definiert die *Ableitung*, den mathematischen Ausdruck für die Änderungsrate.

Was das heißt, können wir direkt an unserem Beispiel der x-Komponente der Geschwindigkeit v_x sehen, die bei der linearen Bewegung so etwas ist wie

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

mit Δx der Änderung des x-Koordinatenwerts während des Zeitintervalls Δt. Allerdings kann während des Zeitintervalls noch einiges passiert sein. Zum Beispiel kann das Teilchen zu Anfang des Zeitintervalls etwas schneller geflogen sein als gegen Ende. Der Differenzenquotient gibt demnach immer nur so etwas wie eine Durchschnittsgeschwindigkeit für das betreffende Zeitintervall wieder.

Abhilfe, kann man schaffen, wenn man das Zeitintervall - und damit dann auch die Änderung des x-Koordinatenwerts - sehr klein werden lässt. Die Differenzialrechnung definiert eine Art und Weise, wie man beide Größen sogar in geordneter Weise *unendlich* klein, in der Sprache der Mathematik "infinitesimal", werden lassen kann.

Die winzigen Änderungen schreibt man dann dt und dx, und sie heißen nicht mehr Differenzen, sondern Differentiale, um sie von endlich großen Änderungen zu unterscheiden. Die Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung wird zu

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$$

mit dx der Änderung der Größe x und dt der Änderung des Parameters t, und damit zu einem Quotienten von Differentialen. Die obige Formel sagt nichts anderes, als dass v_x angibt, wie schnell sich die x-Koordinate des Teilchens mit der Zeit ändert. In der Mechanik wird sie nicht nur für den hier betrachteten Spezialfall linearer Bewegung, sondern ganz allgemein zur Definition der Geschwindigkeit eines Punktteilchens verwendet.

Analoge Ausdrücke gelten für die y- und z-Komponenten. In Worten: die x-Komponente der Geschwindigkeit ist die erste Ableitung der x-Koordinate der Bahn des Körpers, x(t), nach der Zeit.

Für Leser, die nicht mit Differenzialrechnung vertraut sind, gehe ich hier (http://www.scilogs.de /relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/2/#Ableitung) noch etwas näher auf diesen Ausdruck ein.

Bewegung mit konstanter Beschleunigung

/mpoessel/status /400610578559156224)

SCILOGS.DE BEI SOZIALEN NETZWERKEN

(https://www.facebook.com/SciLogs.de)

(http://www.twitter.com/scilogs)

(https://plus.google.com /b/105213707009176580411 /105213707009176580411/posts)

Soviel zum einfachsten Fall: der linearen Bewegung, bei der alle Geschwindigkeitskomponenten konstant sind. Was, wenn die Geschwindigkeit des Teilchens nicht konstant ist? Der nächst einfache Fall ist jener, in dem ein quadratisches Glied in *t* hinzutritt. Dieser Fall heißt *Bewegung mit konstanter Beschleunigung*, und hier lässt sich die Funktion x(t) schreiben als

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot b_x \cdot t^2 + v_{0x} \cdot t + x_0.$$

Dabei sind jetzt für jede Koordinate zwei Konstanten im Spiel, für die x-Komponente hier b_x und v_{0x}. Analoge Formeln mit b_y, b_z und v_{0y} v_{0z} gelten für die Funktionen y(t) und z(t). Diese Formel ist etwas länger als die für lineare Bewegung. Man kann sich einem Verständnis auf verschiedene Arten nähern.

Zum einen kann man die Formel umschreiben in

$$x(t) = \left[\frac{1}{2} \cdot b_x \cdot t + v_{0x}\right] \cdot t + x_0.$$

Das sieht im Vergleich zur obigen Formel mit konstanter Geschwindigkeit so aus, als wäre die Geschwindigkeit (der Teil, der proportional zu t ist) jetzt nicht mehr konstant, sondern ihrerseits eine lineare Funktion, in der b_x die Rolle einer Geschwindigkeits-Änderungsrate spielt.

Warum der Faktor 1/2? Leser, die mit der Differenzialrechnung vertraut sind, sehen, dass wir für die x-Komponente der Geschwindigkeit, definiert als Änderungsrate der x-Koordinate in Abhängigkeit mit der Zeit, den Ausdruck

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} = b_x \cdot t + v_{0x}$$

erhalten. Der Term b_x ist also in der Tat die Änderung der Geschwindigkeit mit der Zeit, und v_{0x} ist die Geschwindigkeit, die der Körper zur Zeit t=0 hatte. Der Faktor 1/2 hebt sich bei der Berechnung der Änderungsrate gerade weg. Für Leser, die nicht mit der Differenzialrechnung vertraut sind, habe ich die Formel hier (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/2/#HerleitungKonstanteBeschleunigung) gesondert hergeleitet.

In komplizierteren Fällen, in denen sich auch die Beschleunigung mit der Zeit verändert, nehmen Orts- und Geschwindigkeitsfunktionen x(t), y(t), z(t) bzw. $v_x(t)$, $v_y(t)$ und $v_z(t)$ entsprechend kompliziertere Formen an.

Die Definitionen der Geschwindigkeit als (komponentenweise) Änderungsrate des Orts mit der Zeit und der Beschleunigung als (ebenfalls komponentenweise) Änderungsrate der Geschwindigkeit mit der Zeit lassen sich aber auch auf diese Fälle übertragen. Ganz allgemein können wir definieren

$$v_x(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}, \quad b_x(t) = \frac{\mathrm{d}v_x(t)}{\mathrm{d}t}$$

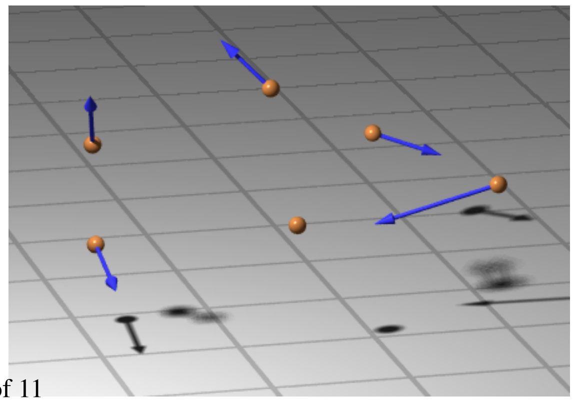
für beliebige *x(t)*, und entsprechend für v_y, v_z, b_y und b_z.

Kräfte und freie Massenpunkte: Die drei Newton'schen Gesetze

Nach diesen Vorbereitungen können wir die Gesetze der Mechanik definieren, die, unserem nullten Axiom nach, in mindestens einem Bezugssystem gelten sollen. Insbesondere gelten diese Gesetze in guter Näherung in den erwähnten zwei speziellen Sorten von Bezugssystem: erdfesten Laborsystemen und dem mit Hilfe der Fixsterne definierten System rund um die Sonne.

In den betreffenden Bezugssystemen hat die Bewegung eines Massenpunkts zwei Aspekte. Zum einen kann sie von außen *beeinflusst* werden. Bewegungsändernde Einflüsse heißen in der Mechanik *Kräfte*: Eine Kraft, die auf den Massenpunkt wirkt, bewirkt eine Beschleunigung des Massenpunkts. Ein Massenpunkt, auf den keine Kraft wirkt, erfährt auch keine Beschleunigung; er bewegt sich geradlinig-gleichförmig, also mit konstanter Geschwindigkeit (die auch Null sein kann!) auf einer Geraden fort.

Der Umstand, dass sich ein Massenpunkt, an den keine Kraft angreift, geradlinig-gleichförmig bewegt, ist das schon erwähnte Galileische Trägheitsgesetz, auch erstes Newton'sches Gesetz genannt. Ich hatte das Gesetz bereits in Teil I (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/relativitatstheorien/2010-12-02/einstein-verstehen-ein-blogexperiment-teil-i) illustriert:



Mit Hilfe der inzwischen eingeführten Begriffe und Definitionen können wir genauer beschreiben, was gemeint ist, nämlich das folgende: Ein Massenpunkt, auf den keine äußeren Kräfte wirken, bewegt sich fort wie

$$x(t) = v_x \cdot t + x_0$$
$$y(t) = v_y \cdot t + y_0$$
$$z(t) = v_z \cdot t + z_0$$

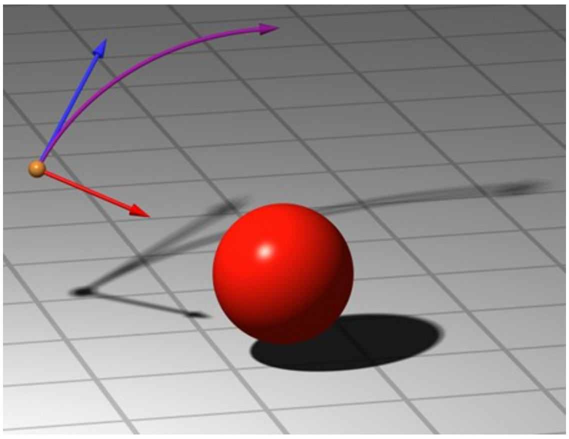
- eine lineare Bewegung in der Zeit und, wie erläutert, auch im Raum.

Wirkt hingegen eine Kraft auf den Massenpunkt, dann erfährt er eine Beschleunigung. Genauer gilt: Wenn F_x die in x-Richtung wirkende Komponente der Kraft und b_x die Beschleunigung ist, die der Massenpunkt in x-Richtung erfährt,

$$F_x = m \cdot b_x,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor *m* die Masse des Massenpunktes ist. Entsprechende Beziehungen gelten für F_y, F_z mit b_y, b_z. . Diese Dreiheit von Formeln (von Physikern mit Hilfe der sogenannten Vektorschreibweise oft zu einer einzigen Formel zusammengefasst) ist das *zweite Newton'sche Gesetz*. Wirkt mehr als eine Kraft auf ein Teilchen, dann summieren sich die Kräfte direkt auf: Die x-Komponente der Gesamtkraft ist gleich der x-Komponente der ersten Teilkraft plus der x-Komponente der zweiten Teilkraft, plus die x-Komponenten all der anderen Teilkräfte. Gleiches gilt für y- und z-Komponenten der Kraft.

Eingangs hatte ich die Situation, die das zweite Newton'sche Gesetz beschreibt, ebenfalls bereits illustriert:



Da war in blau die Geschwindigkeit des gelben Punktteilchens (hier gezeigt als kleine Kugel) dargestellt, die einwirkende Kraft als roter Pfeil und lila die gekrümmte Bahn, die sich aus dem Zusammenspiel von bestehender Geschwindigkeit und durch die Kraft hervorgerufener Beschleunigung ergibt.

Die Masse heißt im Zusammenhang mit dem zweiten Newton'schen Gesetz *träge Masse*, aus naheliegenden Gründen: Je größer m ist, umso geringer ist die Beschleunigung, die der Massenpunkt bei gegebener Kraft erfährt; je kleiner m ist, umso größer ist die Beschleunigung. Der Wert von m bestimmt demnach, in welchem Ausmaß, mit anderen Worten: wie träge (oder eben nicht) der Massenpunkt auf das Einwirken einer Kraft reagiert. An dieser Stelle gibt es noch eine Subtilität, die Frage des Zusammenhangs der Definitionen von Masse und Kraft betreffend; darauf gehe ich in Teil V ein.

Das *dritte Newton'sche Gesetz* betrifft die Situation, in der zwei Massenpunkte aufeinander einwirken. In solch einer Situation gilt, dass die Kraft, mit welcher der erste Massenpunkt auf den zweiten wirkt, umgekehrt gleich der Kraft ist, mit welcher der zweite Massenpunkt auf den ersten wirkt, also komponentenweise

$$F(2 \to 1)_x = -F(1 \to 2)_x$$
$$F(2 \to 1)_y = -F(1 \to 2)_y$$
$$F(2 \to 1)_z = -F(1 \to 2)_z$$

wobei in dieser Formel der Term

$$F_x(2 \to 1)$$

die x-Komponente derjenigen Kraft sein soll, mit der Massepunkt 2 auf den Massepunkt 1 einwirkt. Entsprechende Bedeutungen haben die anderen Komponenten.

Impuls

Aus den Newton'schen Gesetzen lässt sich ableiten, dass sich bestimmte Eigenschaften von Punktteilchen *Erhaltungssätzen* unterliegen - vereinfacht gesagt: über alle Punktteilchen aufsummiert ändern sich diese Eigenschaften nicht.

Genauer erklären lässt sich das an einem konkreten Beispiel: dem Impuls p, ebenfalls eine Größe mit x-, y- und z-Komponente (ein "Vektor", wie die Mathematiker sagen). Die Komponenten des Impulses sind definiert durch

$$p_x = m \cdot v_x$$

also "Impuls gleich Masse mal Geschwindigkeit des Teilchens". Entsprechende Gleichungen definieren die y- und die z-Komponente.

Für ein Punktteilchen ist die zeitliche Änderung der x-Komponente des Impulses, die wir hier, Newtons Schreibweise folgend, mit einem auf das p_x gesetzten Punkt ausdrücken wollen,

$$\dot{p}_x,$$

gerade die zeitliche Änderung der rechten Seite der Gleichung

$$p_x = m \cdot v_x,$$

also für ein Punktteilchen mit konstanter (zeitlich unveränderlicher) Masse m gerade m mal der zeitlichen Änderung von v_x. Letztere ist aber per Definition die x-Komponente der Beschleunigung, also b_x. Zusammen ergibt sich

$$\dot{p}_x = m \cdot b_x$$

und damit, wenn wir die rechte Seite gemäß dem zweiten Newton'schen Gesetz durch die x-Komponente der Kraft ersetzen,

$$F_x = \dot{p}_x.$$

Entsprechende Gesetze, dass muss ich wahrscheinlich inzwischen gar nicht mehr explizit dazusagen, gelten für die y- und z-Komponenten.

In dieser Form ist das zweite Newton'sche Gesetz sogar allgemeiner anwendbar als in der zunächst angegebenen. Rechnet man nach, dann sieht man, dass diese zweite Form automatisch auch den Fall einschließt, indem sich die Masse des Objekts mit der Zeit ändert (z.B. eine Rakete, deren Gewicht aufgrund ihres Treibstoffverbrauchs immer weiter abnimmt). Ausgehend von "Kraft gleich Masse mal Beschleunigung" muss man bei zeitlich veränderlicher Masse einige zusätzliche Rechnungen anstellen. Ausgehend von "Kraft gleich zeitliche Änderung des Impulses" bekommt man ohne große Umstände gleich die richtige Formel.

In Zukunft beziehe ich mich, wenn vom zweiten Newton'schen Gesetz die Rede ist, immer auf die letztgenannte Form des Gesetzes ("die einwirkende Kraft ist gleich der zeitlichen Änderungsrate des Impulses").

Jetzt wollen wir ein System von Punktteilchen betrachten, die mit beliebig komplizierten Kräften aufeinander einwirken. Von außen soll dagegen keine Kraft auf das System wirken. Die gerade gezeigte Form des zweiten Newton'schen Gesetzes verknüpft die Kräfte mit der zeitlichen Änderung des Impulses; das dritte Newton'sche Gesetz besagt, dass die wirkenden Kräfte immer paarweise auftreten, einmal positiv, einmal negativ. Aus beidem zusammen lässt sich ableiten, dass die x-, y- und z-Komponenten des Gesamtimpulses der Teilchenschar (der Summe über die Beiträge all der einzelnen Teilchen) sich mit der Zeit nicht verändern, mit anderen Worten: erhalten bleiben (genauere Ableitung hier (http://www.scilogs.de/relativ-einfach/einstein-iv-klassische-mechanik-massenpunkte/2/#Impulserhaltung)).

Der Impuls ist damit in der Newton'schen Mechanik eine *Erhaltungsgröße*: Betrachtet man ein isoliertes System von Teilchen, und summiert die betreffende Größe (hier eben der Impuls) für alle diese Teilchen auf, dann ändert sich diese Summe mit der Zeit nicht.

Verwandt mit dem Impuls, aber etwas komplizierter zu definieren, ist der sogenannte *Drehimpuls* eines Punktteilchens, den ich hier nicht im einzelnen ableiten werde. Vereinfacht gilt: Bisher haben wir Bewegungen betrachtet, bei denen Teilchen ihrer Bahn folgen, durch Kräfte beeinflusst. Nennen wir solche Bewegungen *lineare Bewegungen*. Dann gibt es zusätzlich noch den Fall von Bewegungen um eine Achse: Drehbewegungen. Bei Drehbewegungen betrachten wir anstatt der Geschwindigkeit die sogenannte Winkelgeschwindigkeit als Schnelligkeit der Drehbewegung. Dann gibt es als Erhaltungsgröße den Drehimpuls, analog zu dem, was bei der linearen Bewegung der (lineare) Impuls war. Der Drehimpuls bleibt erhalten, wenn nicht ein sogenanntes Drehmoment wirkt, analog zur Kraft.

Das Stichwort Kraft bringt uns zum nächsten Thema: Um konkrete physikalische Situationen zu modellieren, muss man angeben, welche Kräfte auf die betrachteten Teilchen wirken. Es gibt eine Reihe einfacher Kräfte, die sich in verschiedenen physikalischen Modellen bewährt haben. Diese Kräfte werden wir im nachfolgenden Teil V betrachten.

Soweit der Entwurf des vierten Teiltextes. Veränderungen, die sich aus der hier geführten Diskussion ergeben, werde ich direkt umsetzen. Die Originalfassung werde ich zum Vergleich hier als PDF einstellen. Eine Neuerung der Umstellung dieser Blogs auf WordPress ist die Möglichkeit der Mehrseitigkeit. Ich habe diejenigen Zusatztexte, in denen einige der Behauptungen oder Ableitungen des Haupttextes näher ausgeführt werden, auf die Seite 2 gestellt.

Meinen Umgang mit Kommentaren in diesem Blog habe ich in diesem Blogbeitrag (http://www.scilogs.de/wblogs/blog/relativ-einfach/allgemein/2013-01-12/blog-kommentare-relativ-einfach) erläutert. Inbesondere gilt hier: Der obige Text stellt den vierten Schritt einer Einführung in die Spezielle Relativitätstheorie dar; die Diskussion sollte auf den hier behandelten Themenbereich beschränken und insbesondere nicht auf das vorgreifen, was erst in den nachfolgenden Teilen der Einführung angesprochen wird. Diskussionsbeiträge, die dem Leser keinen Mehrwert bieten, sondern die Diskussion stören, lösche ich.

Die Kommentare können zwischenzeitlich moderiert sein und werden dann von mir jeweils erst freigeschaltet. Daher bitte Geduld, wenn Sie einen Kommentar eingestellt haben, dieser aber nicht gleich unten auf dieser Seite erscheint!